



دنباله حسابی

۱ در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع چهار جمله‌ی اول ۱۵ و مجموع پنج جمله‌ی بعدی آن ۳۰ می‌باشد. جمله‌ی یازدهم این دنباله کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۸۵

۹ (۴)

۸٫۵ (۳)

۸ (۲)

۷٫۵ (۱)

۲ کارفرمایی به یک کارگر مبتدی، در هفته‌ی اول ۷۵۰ واحد پول دستمزد می‌دهد. متعهد می‌شود که در صورت رضایت کاری در پایان هر هفته، ۲۵ واحد پول بر دستمزد وی اضافه کند تا به دستمزد ثابت ۲۰۰۰ واحد پول برسد. با رضایت کاری پس از چند هفته، به دستمزد ثابت می‌رسد؟

سراسری - ۱۳۹۵

۵۱ (۴)

۵۰ (۳)

۴۹ (۲)

۴۸ (۱)

۳ در دو دنباله‌ی حسابی $۲, ۷, ۱۲, \dots$ و $۸, ۱۱, ۱۴, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

خارج از کشور - ۱۳۹۴

۶۱ (۴)

۶۰ (۳)

۵۹ (۲)

۵۸ (۱)

۴ در دنباله‌های حسابی « $۲, ۹, ۱۶, ۲۳, \dots$ » و « $۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, \dots$ » چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰ موجود است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۵

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۵ مقدار y در دنباله حسابی زیر کدام است؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

$$۱۲ - x, y + ۲, x, ۱۲$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۶ بین دو عدد ۲۰ و ۶۲، پنج واسطه حسابی قرار می‌دهیم تا یک دنباله حسابی تشکیل شود. اگر

قدرنسبت این دنباله برابر d باشد، جمله چهارم دنباله $b_n = 3 + (n - 1)d$ کدام است؟ ($d > 0$)

- ۲۱ (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۷ در یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، اگر مجموع چهار جمله اول ۳۶ و مجموع چهار جمله

بعدی ۱۲- باشد، حاصل $\frac{a_9}{a_6}$ کدام است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- $\frac{3}{2}$ (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۸ در دنباله هندسی a_n با جملات مثبت، مجموع جملات a_m ، $a_{(n-4)}$ ، $a_{(n-2)}$ و $a_{(n-1)}$ ، ۲۷

برابر مجموع جملات $a_{(n+2)}$ ، $a_{(n+4)}$ و $a_{(n+5)}$ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- $\frac{1}{3}$ (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{1}{27}$ (۴) منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۹ اگر بین ۱۴ و ۶۲، سه واسطه حسابی درج کنیم، قدرنسبت دنباله چند خواهد بود؟

- ۱۲ (۱) ۲۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۱۰ اگر در یک دنباله خطی $a_m = n$ و $a_n = m$ باشد، حاصل $a_{11} - a_9$ کدام است؟ ($m \neq n$)

- ۱ (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۱۱ اگر $a_n = (3a - b)n^2 + (a + 7)n + b$ جمله عمومی یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۵

باشد، جمله چندم دنباله برابر ۲۹ می‌باشد؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- هفتم (۱) هشتم (۲) پنجم (۳) ششم (۴)

۱۲ اگر بین دو عدد ۲ و ۳۰، m واسطه حسابی قرار دهیم به طوری که بزرگ‌ترین واسطه، ۲ واحد

بیش‌تر از ۴ برابر کوچک‌ترین واسطه باشد، m کدام است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)



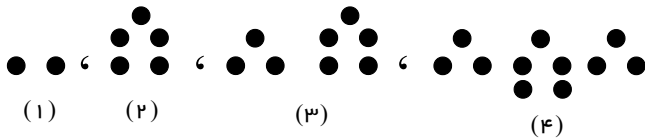
۱۳) در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول برابر ۳ و جمله چهارم $2\frac{5}{7}$ برابر جمله سوم است. جمله دهم دنباله کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۱۵ - ۲) ۱۷ - ۳) ۱۹ - ۴) ۲۳ -

۱۴) در یک دنباله حسابی، جمله هشتم ۹ برابر جمله دوم و جمله چهارم برابر ۱۱ است. 103 جمله چندم این دنباله است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) بیست و ششم ۲) بیست و چهارم ۳) بیست و پنجم ۴) بیست و هفتم

۱۵) با توجه به تعداد نقطه‌ها در الگوی زیر، شکل چندم این الگو ۲۹۹ نقطه دارد؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹



- ۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

۱۶) اگر مجموع سه عدد تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، برابر با ۲۱ و حاصل ضرب آن‌ها ۲۳۱ باشد، بزرگ‌ترین آن‌ها کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۱۳ ۲) ۱۱ ۳) ۷ ۴) ۳

۱۷) مجموع پنج جمله اول یک دنباله حسابی برابر ۶۰ و مجموع دو جمله بزرگ‌تر ۳ برابر مجموع سه جمله کوچک‌تر است. قدرنسبت دنباله کدام است؟ (قدرنسبت دنباله مثبت است).
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۸) بین دو عدد ۱۸ و ۶۲ سه عدد چنان قرار گرفته‌اند که پنج عدد حاصل، تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. جمله وسط کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۳۹ ۲) ۵۱ ۳) ۴۰ ۴) ۴۴



۱۹) در یک دنباله حسابی، جمله اول دنباله برابر ۱ و مجموع پنج جمله اول آن برابر با یک چهارم مجموع پنج جمله بعدی است. قدرنسبت دنباله کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) -۲ ۲) -۳ ۳) -۴ ۴) -۶

۲۰) در یک دنباله حسابی با جمله اول صحیح، مجموع سه جمله اول برابر جمله ششم است، جمله صدم کدام می‌تواند باشد؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۱۸۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۲۲۰ ۴) ۲۴۰

۲۱) ۱۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر چنان تقسیم کرده‌ایم که سهم‌های دریافت‌شده تشکیل دنباله‌ای حسابی داده‌اند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر شده است. بیش‌ترین سهمی که به یک نفر می‌رسد کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۲۰ ۲) ۲۸ ۳) ۳۰ ۴) ۲۷

۲۲) در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۱۸ و مجموع سه جمله بعدی، ۹ برابر جمله دوم است. جمله هشتم دنباله کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۳۰ ۲) ۲۸ ۳) ۲۶ ۴) ۲۴

۲۳) دنباله حسابی a_n با جملات $x, y, z, 7, 000$ مفروض است. اگر $a_{13} - 2a_8 = -2$ باشد، مجموع سه جمله اول این دنباله کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) -۲۹ ۲) -۳۱ ۳) -۳۳ ۴) -۳۷

۲۴) جمله اول یک دنباله حسابی ۲۰۰۰- و قدرنسبت آن ۳ است. این دنباله چند جمله منفی دارد؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۶۶۸ ۲) ۶۶۷ ۳) ۶۷۰ ۴) ۶۷۱

۲۵) در یک دنباله حسابی، جمله هفتم سه برابر جمله دوم و مجموع جملات چهارم و پنجم برابر ۳۶ است. جمله دوم این دنباله کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۹ ۲) ۱۲٫۶ ۳) ۵٫۴ ۴) ۶



(۲۶) اگر اعداد $\frac{1}{a+b}$ ، $\frac{1}{a+c}$ و $\frac{1}{b+c}$ به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، کدام سه عدد به ترتیب از چپ به راست سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی هستند؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- (۱) $a^2, 2b^2, c^2$ (۲) a^2, b^2, c^2 (۳) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ (۴) $a, 2b, c$

(۲۷) اگر اعداد $2x+1$ ، $3x+6$ و $5x-10$ به ترتیب از راست به چپ جملات سوم، پنجم و هفتم از یک دنباله حسابی باشند، مقدار x کدام است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) ۱۷ (۴) ۲۱

(۲۸) بین دو عدد ۳۸ و ۸۰ نوزده واسطه حسابی درج کرده ایم. دهمین عدد درج شده کدام است؟ (اعداد درج شده را به ترتیب از کوچک به بزرگ در نظر بگیرید). منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- (۱) ۵۶٫۹ (۲) ۵۹ (۳) ۶۱٫۱ (۴) ۶۰

(۲۹) اگر در یک دنباله حسابی جمله اول برابر با ۲۸- و جمله هشتاد و یکم برابر با ۱۲ باشد، این دنباله چند جمله منفی دارد؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- (۱) ۵۴ (۲) ۵۵ (۳) ۵۶ (۴) ۵۷

دنباله هندسی

(۳۰) به علت تورّم، بر قیمت کالایی به طور یکنواخت هر سال ۱۰ درصد افزوده می شود. در سال پنجم، قیمت این کالا، چند برابر قیمت سال اول می شود؟ خارج از کشور - ۱۳۹۵

- (۱) ۱٫۳۳۲۱ (۲) ۱٫۳۷۶۱ (۳) ۱٫۴۶۴۱ (۴) ۱٫۴۷۵۱

(۳۱) یک نوع داروی شیمی درمانی در هر بار انجام، ۶۰ درصد سلول های سرطانی را از بین می برد. اگر توده سرطانی در ابتدا 10^{12} سلول داشته باشد، پس از ۶ بار شیمی درمانی چه تعداد سلول سرطانی در بدن فرد باقی می ماند؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- (۱) $2^{12} \times 10^5$ (۲) $2^{12} \times 10^6$ (۳) $2^{12} \times 7^{10}$ (۴) $2^{12} \times 7^6$



۳۲ در یک دنباله هندسی $t_5 = 81$ و $t_3 = 9$ است. اگر $t_3 > t_4$ باشد، مجموع سه جمله دوم کدام

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

است؟

۱۸۹ (۴)

۱۸۹ (۳)

-۳۵۱ (۲)

۳۵۱ (۱)

۳۳ در یک دنباله هندسی، جمله پنجم ۴۸ و جمله هشتم ۳۸۴ است. جمله سوم این دنباله کدام است؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۱۲ (۴)

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

۵۴ (۱)

۳۴ بین دو عدد ۴۸ و ۱۵۳۶ چند واسطه هندسی درج کنیم تا بزرگترین واسطه ۱۶ برابر کوچکترین

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

واسطه باشد؟ (۴۸: جمله اول)

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۵۵ (۱)

۳۵ مجموع جملات هفتم و هشتم دنباله هندسی $\dots, -\frac{3}{4}, -\frac{3}{2}, -3$ کدام است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

$-\frac{3}{64}$ (۴)

$\frac{3}{128}$ (۳)

$-\frac{9}{128}$ (۲)

$-\frac{3}{128}$ (۱)

۳۶ یک دنباله هندسی دارای ده جمله است که حاصل ضرب پنج جمله اول آن برابر با $\frac{1}{32}$ و

حاصل ضرب جملات ردیف زوج (تا آخر ده جمله) برابر ۱۰۲۴ است. جمله اول این دنباله کدام است؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۲ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

$\frac{1}{64}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۳۷ متوسط قیمت هر گرم طلای خام امسال ۲۰۰۰۰۰ تومان است. اگر هر سال ۱۰ درصد به متوسط

قیمت طلای سال قبل اضافه شود، پس از گذشت ۵ سال، قیمت هر گرم طلای خام چند تومان خواهد شد؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۳۸۵,۰۰۰ (۴)

۲۵۰,۰۰۰ (۳)

۳۰۰,۰۰۰ (۲)

۳۲۲,۱۰۲ (۱)



۳۸) علی دوچرخه‌ای را به قیمت ۸۰۰ هزار تومان خریده است. اگر هر سال قیمت دوچرخه ۲۰ درصد افت داشته باشد، بعد از ۳ سال قیمت آن چند تومان است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۴۰۹۶۰۰ ۲) ۶۴۰۰۰ ۳) ۳۲۰۰۰۰ ۴) ۳۹۰۴۰۰

۳۹) در یک دنباله هندسی، مجموع جملات ششم، هفتم و هشتم برابر با ۶۷۲ است. اگر جمله دهم این دنباله ۸ برابر جمله هفتم باشد، جمله چهارم آن کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۴۸ ۴) ۲۷

۴۰) یک دنباله هندسی دارای یازده جمله است و جملات آن روند کاهشی دارند. اگر مجموع دو جمله اول ۸ برابر مجموع دو جمله آخر باشد، جمله چهارم چند برابر جمله اول است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) ۸

۴۱) در یک دنباله هندسی با ۴۸ جمله و قدرنسبت ۳، نسبت مجموع جملات با شماره ردیف فرد چند برابر مجموع جملات با شماره ردیف زوج است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۳ ۲) ۹ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{9}$

۴۲) بین دو عدد ۵ و ۱۳۵، دو واسطه هندسی درج می‌کنیم. قدرنسبت دنباله هندسی به دست آمده کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۹ ۲) -۳ ۳) ۳ ۴) $3\sqrt{3}$

۴۳) در دنباله $1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ ، چندمین جمله دنباله برابر $-\frac{1}{256}$ است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰



۴۴ در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و دوم برابر ۲۴- و مجموع جملات سوم و چهارم برابر

۶- است. جمله دهم این دنباله کدام است؟ (قدرنسبت دنباله منفی است). منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۴ $\frac{3}{32}$

۳ $-\frac{3}{32}$

۲ $-\frac{1}{32}$

۱ $\frac{1}{32}$

۴۵ اگر شعاع دایره‌های زیر در کنار هم تشکیل دنباله هندسی دهند به طوری که شعاع پنجمین دایره، ۸

برابر شعاع دایره دوم باشد، مساحت دایره ۱۲ ام چند برابر مساحت دایره ۱۴ ام است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

$\frac{r}{r'} \dots$ دنباله هندسی: $r, r', r'', \dots$

۴ $\frac{1}{81}$

۳ $\frac{1}{9}$

۲ $\frac{1}{4}$

۱ $\frac{1}{16}$

۴۶ جملات چهاردهم و هجدهم یک دنباله هندسی به ترتیب ۶ و ۲۴ است. جمله بیستم این دنباله کدام

است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۴ ۲۷

۳ ۴۸

۲ ۳۶

۱ ۳۰

۴۷ جملات چهارم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب از راست به چپ ۲۴ و ۱۹۲ است. جمله عمومی

دنباله کدام است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۴ $2 \times 3^{n-1}$

۳ $3 \times 2^{n-1}$

۲ 3×2^n

۱ 2×3^n

۴۸ اگر جمله چهارم یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت، $\frac{9}{4}$ جمله دوم آن باشد و مجموع چهار جمله

اول آن نیز ۱۳۰ باشد، آن گاه جمله ششم این دنباله کدام است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۴ ۱۶۲

۳ ۱۲۱٫۵

۲ ۲۴۳

۱ ۸۱



مسائل ویژه

۴۹ در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند.

چندمین جمله این دنباله حسابی، صفر است؟

سراسری - ۱۳۸۸

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۵۰ در یک دنباله هندسی، «جمله دوم»، «دو برابر جمله پنجم» و «جمله هشتم» می‌توانند سه جمله متوالی

از یک دنباله حسابی باشند، بزرگ‌ترین این سه عدد چند برابر کوچک‌ترین آن‌ها است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۲

$7 + 4\sqrt{3}$ (۴)

$5 + 4\sqrt{3}$ (۳)

$5 + 2\sqrt{3}$ (۲)

$2 + \sqrt{3}$ (۱)

۵۱ مجموع ۵ جمله اول از یک دنباله حسابی صعودی مساوی ۶۰ و مجموع دو جمله بزرگ‌تر سه

برابر مجموع سه جمله کوچک‌تر است. اختلاف مشترک آن کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۳

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۵۲ در یک دنباله عددی جملات اول و پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله

هندسی صعودی‌اند. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۸۷

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{6}{5}$ (۱)

۵۳ اگر جملات چهارم و ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله

هندسی باشند قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

سراسری - ۱۳۸۱

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۵۴ اعداد $2^a, 2^b$ و $4\sqrt{2}$ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی‌اند، واسطه عددی بین a و b کدام است؟

سراسری - ۱۳۸۷

$\sqrt{2}$ (۴)

۱٫۵ (۳)

۲ (۲)

۲٫۵ (۱)



(۵۵) در دنباله حسابی مجموع سه جمله اول آن ۳۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۶۰ می باشد. جمله هشتم آن، کدام است؟
خارج از کشور - ۱۳۹۷

۳۱ (۴)

۳۰ (۳)

۲۹ (۲)

۲۶ (۱)

(۵۶) مجموع پنج عدد که جملات متوالی از دنباله‌ی حسابی‌اند برابر ۱۰۵، و مجموع سه عدد بزرگ‌تر، ۶ برابر مجموع دو عدد کوچک‌تر است. بزرگ‌ترین این اعداد کدام است؟
سراسری - ۱۳۸۹

۴۱ (۴)

۴۰ (۳)

۳۹ (۲)

۳۸ (۱)

(۵۷) مجموع ۵ جمله‌ی اول از یک دنباله‌ی حسابی صعودی مساوی ۶۰ و مجموع دو جمله‌ی بزرگ‌تر سه برابر مجموع سه جمله‌ی کوچک‌تر است. قدرنسبت آن کدام است؟
سراسری - ۱۳۹۳

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(۵۸) اگر واسطه‌ی حسابی ۱۱ و ۵- برابر x و واسطه‌ی هندسی ۳ و y برابر ۱۲ باشد، به طوری که a, b, c, y ، x تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند، مقدار b کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

 ± 24 (۴) ± 12 (۳)

۱۲ (۲)

-۱۲ (۱)

(۵۹) در یک دنباله‌ی حسابی، جملات سوم، نهم و یازدهم به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی هندسی غیر ثابت هستند. جمله‌ی هفتم این دنباله‌ی حسابی چند برابر جمله‌ی دوم آن است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

 $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{17}{12}$ (۱)

(۶۰) اگر $x + z$ ، $3x$ ، $y + 2$ و $x - 2$ به ترتیب از راست به چپ جملات متوالی از یک دنباله‌ی حسابی و هندسی باشند، حاصل $\frac{x^2 + y^2}{z}$ کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۱۴ (۴)

-۱۳ (۳)

۶ (۲)

-۸ (۱)



۶۱ در یک دنباله حسابی، جمله سوم، واسطه هندسی بین جملات اول و هفتم است. در این صورت جمله اول دنباله حسابی چند برابر قدرنسبت آن است؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

① $\frac{1}{2}$

② $2,5$

③ ۲

④ $\frac{3}{2}$



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15 \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \end{cases} \xrightarrow{an=a_1+(n-1)d} (-5) \times \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -20a_1 - 30d = -75 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3, d = \frac{1}{2}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 10\left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

این مسأله نشان‌دهنده یک دنباله حسابی با جمله $a_1 = 750$ و قدر نسبت $d = 25$ و جمله آخر $a_n = 2000$ است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$750, 775, \dots, 2000$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 2000 = 750 + (n-1)(25) \rightarrow 2000 = 750 + 25n - 25$$

$$\rightarrow 25n = 2000 - 750 + 25 \rightarrow 25n = 1275 \rightarrow n = \frac{1275}{25} = 51$$

جملات مشترک دو دنباله‌ی عددی، یک دنباله‌ی عددی است که قدر نسبت آن ک.م.م قدر نسبت‌های دو دنباله‌ی اصلی است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$2, 7, 12, 17, \dots$$

$$8, 11, 14, 17, \dots$$

$$17, 32, 47, \dots \text{ دنباله‌ی اعضای مشترک}$$

$$a_n = 17 + (n-1) \times 15 = 15n + 2$$

$$100 \leq a_n \leq 999 \rightarrow 100 \leq 15n + 2 \leq 999 \rightarrow \frac{98}{15} \leq n \leq \frac{997}{15}$$

$$\rightarrow 7 \leq n \leq 66 \rightarrow \text{تعداد جملات} = 66 - 7 + 1 = 60$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$2, 9, 16, 23, 30, \boxed{37}, \dots \quad 12, 17, 22, 27, 32, \boxed{37}, \dots$$

$$\text{مشترک} \begin{cases} a_1 = 37 \\ d = [5, 7] = 35 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 35n + 2$$

$$a_n < 300 \Rightarrow 35n + 2 < 300 \Rightarrow n < 8, \dots \Rightarrow n = 8$$

اما ۲ جمله مشترک نوزدهمی

$$\rightarrow \text{تعداد جملات مشترک سه‌رقمی} = 8 - 2 = 6$$

دارد (۳۷،۷۲)

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$a_1 = 12 - x, a_2 = y + 2, a_3 = x, a_4 = 12$$

دنباله حسابی است، بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} a_4 - a_3 &= 12 - x = d \\ a_3 - a_1 &= x - (12 - x) = 2d \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x - 12 = 2(12 - x) \Rightarrow 4x = 36 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow d = 3$$

از طرفی داریم:

$$y + 2 = a_1 + d = 12 - x + d \Rightarrow y + 2 = 12 - 9 + 3 = 6 \Rightarrow y = 4$$

توجه کنید چون $d > 0$ است باید جمله اول را ۲۰ و جمله هفتم را ۶۲ در نظر بگیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$a_1 = 20$$

$$a_7 = 62$$

$$\Rightarrow a_7 - a_1 = 6d = 42 \Rightarrow d = 7$$

$$\Rightarrow b_n = 3 + (n-1) \times 7 \Rightarrow b_7 = 3 + 3(7) = 24$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$\text{مجموع چهار جمله اول} = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

$$= a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) = 36 \Rightarrow 4a_1 + 6d = 36 \quad (1)$$

$$\text{مجموع چهار جمله بعدی} = a_5 + a_6 + a_7 + a_8$$

$$= (a_1 + 4d) + (a_1 + 5d) + (a_1 + 6d) + (a_1 + 7d) = -12 \Rightarrow 4a_1 + 22d = -12 \quad (2)$$

از حل دستگاه شامل معادلات (۱) و (۲) داریم:



حال:

$$a_1 = 13,5 \quad d = -3$$

$$\frac{a_9}{a_5} = \frac{a_1 + 8d}{a_1 + 4d} = \frac{13,5 + 8(-3)}{13,5 + 4(-3)} = \frac{-10,5}{-1,5} = 7$$

طبق صورت سؤال داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\frac{a_{n-4} + a_{n-2} + a_{n-1}}{a_{n+2} + a_{n+4} + a_{n+5}} = 27 \Rightarrow \frac{a_1 q^{n-5} + a_1 q^{n-3} + a_1 q^{n-2}}{a_1 q^{n+1} + a_1 q^{n+3} + a_1 q^{n+4}} = 27$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 q^{n-5}(1 + q^2 + q^3)}{a_1 q^{n+1}(1 + q^2 + q^3)} = 27 \Rightarrow \frac{q^{n-5}}{q^{n+1}} = 27$$

$$\Rightarrow q^{-6} = 27 \Rightarrow q^6 = \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 \xrightarrow{0 < q} a = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$a_1 = 14, a_7, a_9, a_{11}, a_{13} = 62$$

$$a_{13} = a_1 + 12d \Rightarrow 62 = 14 + 12d$$

$$\Rightarrow 12d = 48 \Rightarrow d = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

قدرنسبت دنباله برابر است با:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{n - m}{m - n} = -1 \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow a_{11} - a_9 = 2d \xrightarrow{(1)} a_{11} - a_9 = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$k \Rightarrow \text{جمله عمومی یک دنباله حسابی با قدرنسبت } k$$

$$5 \Rightarrow \text{جمله عمومی یک دنباله حسابی با قدرنسبت } 5$$

از طرفی داریم:

$$an = (\underbrace{3a - b}_0)n^2 + (\underbrace{a + 7}_5)n + \underbrace{b}_c = 5n + c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 7 = 5 \Rightarrow a = -2 \\ 3a - b = 0 \Rightarrow -6 - b = 0 \Rightarrow b = -6 \end{cases} \Rightarrow a_n = 5n - 6$$

$$a_n = 29 \Rightarrow 5n - 6 = 29 \Rightarrow 5n = 35 \Rightarrow n = 7$$

می توان این دنباله حسابی را به صورت زیر نوشت: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\underbrace{2}_{a_1}, \underbrace{a_2}_{2+d}, \dots, \underbrace{a_{m+1}}_{30-d}, \underbrace{30}_{a_{m+2}}$$

$$a_{m+2} - a_1 = (m + 2 - 1)d \Rightarrow 30 - 2 = (m + 1)d \Rightarrow 28 = (m + 1)d$$

از طرفی داریم:

$$\text{سوال} \quad a_{m+1} - 4a_2 = 2 \Rightarrow (30 - d) - 4(2 + d) = 2$$

$$30 - d - 8 - 4d = 2 \Rightarrow 22 - 5d = 2 \Rightarrow 5d = 20 \Rightarrow d = 4$$

$$28 = (m + 1)d \Rightarrow 28 = (m + 1) \times 4 \Rightarrow m + 1 = 7 \Rightarrow m = 6$$

۱۳ اگر t_n جمله عمومی دنباله حسابی و d قدرنسبت دنباله باشد، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{سؤال} \quad \text{طبق فرض سؤال: } t_1 + t_2 + t_3 = 3 \Rightarrow t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d = 3$$

$$\Rightarrow 3t_1 + 3d = 3 \Rightarrow t_1 + d = 1 \Rightarrow t_1 = 1 - d \quad (*)$$



$$t_f = 2,5t_r \Rightarrow t_1 + 3d = \frac{5}{2}(t_1 + 2d)$$

$$\Rightarrow t_1 + 3d = \frac{5}{2}t_1 + 5d$$

$$(*) \rightarrow 1 - d + 3d = \frac{5}{2}(1 - d) + 5d \Rightarrow 1 + 2d = \frac{5}{2} - \frac{5}{2}d + 5d$$

$$\Rightarrow -\frac{d}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow d = -3 \xrightarrow{(*)} t_1 = 4$$

$$t_{10} = t_1 + 9d = 4 - 27 = -23$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$\frac{t_8}{t_7} = 9 \Rightarrow \frac{t_1 + 7d}{t_1 + d} = 9 \Rightarrow t_1 + 7a = 9t_1 + 9d$$

$$\Rightarrow 8t_1 = -2d \Rightarrow t_1 = -\frac{1}{4}d$$

$$t_f = 11 \Rightarrow t_1 + 3d = 11 \xrightarrow{t_1 = -\frac{d}{4}} -\frac{d}{4} + 3d = 11$$

$$\Rightarrow -d + 12d = 44 \Rightarrow 11d = 44 \Rightarrow d = 4$$

$$t_1 = -\frac{d}{4} \xrightarrow{d=4} t_1 = -1$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = -1 + (n-1) \times 4$$

$$\Rightarrow t_n = 4n - 5 \Rightarrow 103 = 4n - 5 \Rightarrow 4n = 108 \Rightarrow n = 27$$

در هر مرحله یک مثلث به شکل اضافه می‌شود. بنابراین دنباله حاصل از این الگو به صورت ۲, ۵, ۸, ۱۱, ... است که یک دنباله حسابی با جمله اول ۲ و $t_1 = 2$ و قدرنسبت ۳ است. بنابراین:

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 2 + 3(n-1) = 3n - 1$$

باید n را طوری به دست آوریم که $t_n = 299$ شود:

$$t_n = 3n - 1 = 299 \Rightarrow 3n = 300 \Rightarrow n = 100$$

اگر قدرنسبت دنباله حسابی را d فرض کنیم سه عدد مورد نظر را می‌توان به صورت $x-d, x, x+d$ در نظر گرفت. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$(1) \quad (x-d) + x + (x+d) = 21 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

$$\text{بنابر سؤال: } (x-d)x(x+d) = 231 \xrightarrow{(1)} (7-d)7(7+d) = 231$$

$$\Rightarrow (7-d)(7+d) = 33 \Rightarrow 49 - d^2 = 33 \Rightarrow d^2 = 16 \Rightarrow d = \pm 4$$

دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

$$d=4 \rightarrow \text{دنباله: } 3, 7, 11$$

$$d=-4 \rightarrow \text{دنباله: } 11, 7, 3$$

پس بزرگ‌ترین این اعداد برابر با ۱۱ است.

قدرنسبت دنباله مثبت و جملات دنباله صعودی است، یعنی جمله اول از دوم و دوم از سوم و ... کوچک‌تر است؛ پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 60$$



$$\Rightarrow 5a_1 + 10d = 60 \Rightarrow a_1 + 2d = 12 \quad (1)$$

بنابر سؤال: $a_4 + a_8 = 3(a_1 + a_7 + a_3)$

$$\Rightarrow 2a_1 + 7d = 3(3a_1 + 3d) \Rightarrow 7a_1 + 2d = 0 \quad (2)$$

در نتیجه بنابر رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 12 \\ 7a_1 + 2d = 0 \end{cases} \Rightarrow d = 7 \text{ و } a_1 = -2$$

بین دو عدد ۱۸ و ۶۲ سه جای خالی قرار دارد، پس در دنباله حسابی تشکیل شده داریم:

$$18, \dots, \dots, \dots, 62$$

$$a_1 = 18, a_8 = 62$$

در نتیجه دنباله حسابی به صورت زیر است:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_8 = a_1 + 7d \xrightarrow{a_1=18} 62 = 18 + 7d \Rightarrow d = 11$$

$$\overbrace{18, 29, 40, 51, 62}^{11, 11, 11, 11}$$

طبق صورت سؤال: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{4}(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5) \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} 5a_1 + 10d = \frac{1}{4}(5a_1 + 35d) \xrightarrow{a_1=1} 5 + 10d = \frac{5}{4} + \frac{35}{4}d \Rightarrow \frac{5}{4}d = -\frac{15}{4} \Rightarrow d = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_5 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = a_1 + 5d$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 3d = a_1 + 5d \Rightarrow 2a_1 = 2d \Rightarrow a_1 = d$$

$$a_{100} = a_1 + 99d = a_1 + 99a_1 = 100a_1$$

a_{100} عددی صحیح است پس a_{100} مضرب صحیحی از عدد ۱۰۰ خواهد بود که فقط گزینه «۲» مضرب صحیح ۱۰۰ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 100 \Rightarrow 5a_1 + 10d = 100 \Rightarrow a_1 + 2d = 20 \quad (*)$$

$$\frac{1}{3}(a_2 + a_4 + a_5) = a_1 + a_3 \Rightarrow \frac{1}{3}(3a_1 + 9d) = 2a_1 + d \Rightarrow a_1 + 3d = 2a_1 + d \Rightarrow a_1 = 2d$$

$$\xrightarrow{(*)} 4d = 20 \Rightarrow d = 5, a_1 = 10 \Rightarrow 10, 15, 20, 25, 30$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

سؤال: $t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d = 3t_1 + 3d = 18 \Rightarrow t_1 + d = 6 \Rightarrow t_2 = 6$

سؤال: $t_4 + t_8 + t_9 = 9 \times t_2 = 9 \times 6 = 54$

$$\Rightarrow t_1 + 3d + t_1 + 4d + t_1 + 5d = 54 \Rightarrow 3t_1 + 12d = 54 \Rightarrow t_1 + 4d = 18$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} t_1 + d = 6 \\ t_1 + 4d = 18 \end{cases} \Rightarrow 3d = 12 \Rightarrow d = 4 \Rightarrow t_1 = 2$$

جمله هشتم برابر است با:

$$\Rightarrow t_8 = t_1 + 7d = 2 + 7 \times 4 = 30$$

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$2a_8 - a_{13} = -2 \Rightarrow 2(a_1 + 7d) - (a_1 + 12d) = -2$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 14d - a_1 - 12d = -2 \Rightarrow \underbrace{a_1 + 2d}_{\text{جمله سوم}} = -2 \Rightarrow z = -2$$

دنباله حسابی: a, b, c $\xrightarrow{2b=a+c} -2 \times 2 = 7 + y \Rightarrow y = -11$



$$x, -11, -2, 7 \Rightarrow 2(-11) = -2 + x \Rightarrow x = -20$$

$$\Rightarrow x + y + z = -20 - 12 = -32$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$a_n < 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d < 0 \Rightarrow -2000 + (n-1)(3) < 0$$

$$\Rightarrow -2000 + 3n - 3 < 0 \Rightarrow 3n < 2003 \Rightarrow n < \frac{2003}{3} \Rightarrow n < 667,7$$

پس در این دنباله، ۶۶۷ جمله منفی وجود دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

$$\frac{t_v}{t_r} = 3 \Rightarrow \frac{t_1 + 6d}{t_1 + d} = 3 \Rightarrow t_1 + 6d = 3t_1 + 3d \Rightarrow 2t_1 = 3d \Rightarrow t_1 = \frac{3}{2}d$$

$$t_f + t_o = 36 \Rightarrow t_1 + 3d + t_1 + 4d = 36$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 7d = 36 \Rightarrow 2 \times \frac{3}{2}d + 7d = 36 \Rightarrow 10d = 36 \Rightarrow d = 3,6$$

$$t_1 = \frac{3}{2}d \xrightarrow{d=3,6} t_1 = 5,4$$

$$t_r = t_1 + d = 5,4 + 3,6 = 9$$

می‌دانیم اگر سه جمله x ، y و z سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، رابطه $2y = x + z$ بین آن‌ها برقرار است. در این سؤال داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a+c}, \frac{1}{b+c} \Rightarrow \frac{2}{a+c} = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} \Rightarrow \frac{2}{a+c} = \frac{b+c+a+b}{(a+b)(b+c)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a+c} = \frac{a+2b+c}{ab+ac+b^2+bc}$$

$$\Rightarrow a^2 + 2ab + \underbrace{ac+ac}_{2ac} + 2bc + c^2 = 2ab + 2ac + 2b^2 + 2bc$$

$$\Rightarrow a^2 + c^2 = 2b^2 \Rightarrow a^2, b^2 \text{ و } c^2 \text{ سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی‌اند.}$$

$$(x, y, z \in \mathbb{N}) \text{ در دنباله حسابی } a_n \text{ اگر } \frac{x+z}{2} = y \text{ باشد، داریم:}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$\frac{a_x + a_z}{2} = a_y$$

داریم:

$$\frac{3+7}{2} = 5 \Rightarrow \frac{a_r + a_v}{2} = a_o \Rightarrow \frac{(2x+1) + (5x-10)}{2} = 3x+6 \Rightarrow \frac{7x-9}{2} = 3x+6 \Rightarrow 7x-9 = 6x+12 \Rightarrow x=21$$

راه حل اول: چون ۱۹ واسطه حسابی بین ۳۸ و ۸۰ درج شده است، پس یک دنباله حسابی با ۲۱ جمله مطابق زیر داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$38, \underbrace{a_2, \dots, a_{20}}_{19 \text{ واسطه حسابی}}, 80$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{21} = a_1 + 20d \Rightarrow 80 = 38 + 20d \Rightarrow d = 2,1 \quad (1)$$

$$a_{11} = \text{دهمین عدد درج شده}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{(1)} a_{11} = a_1 + 10d = 38 + 21 = 59$$

راه حل دوم: چون تعداد جملات فرد است، لذا دهمین عدد درج شده، جمله وسط است. بنابراین مقدار آن برابر میانگین ۳۸ و ۸۰ است. پس:

$$\text{دهمین عدد درج شده} = \frac{38 + 80}{2} = \frac{118}{2} = 59$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$t_1 = -28 \text{ جمله اول دنباله}$$

$$t_{81} = t_1 + 80d = 12 \Rightarrow -28 + 80d = 12 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \xrightarrow{t_n < 0} -28 + (n-1)\frac{1}{2} < 0$$

$$\frac{1}{2}(n-1) < 28 \Rightarrow n-1 < 56 \Rightarrow n < 57 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \leq 56$$



$$\Rightarrow \frac{a_f}{a_1} = \frac{135}{5} = q^3 \Rightarrow q^3 = 27 \Rightarrow q = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

$$t_1 = -1, t_2 = \frac{1}{2}, t_3 = -\frac{1}{4}, t_4 = \frac{1}{8}$$

با توجه به این که $\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2} = -\frac{1}{2}$ ، این دنباله یک دنباله هندسی است و قدرنسبت آن $-\frac{1}{2}$ است، پس جمله عمومی این دنباله به صورت زیر است:

$$t_n = -\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow -\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = -\frac{1}{256} = -\left(-\frac{1}{2}\right)^8 \Rightarrow n-1 = 8 \Rightarrow n = 9$$

پس نهمین جمله برابر با $-\frac{1}{256}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

می‌دانیم $t_n = t_1 r^{n-1}$ است.

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -24 \Rightarrow t_1 + t_1 r = -24 & (1) \\ t_3 + t_4 = -6 \Rightarrow t_1 r^2 + t_1 r^3 = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t_1 r^2 + t_1 r^3}{t_1 + t_1 r} = \frac{-6}{-24} \Rightarrow \frac{t_1 r^2(1+r)}{t_1(1+r)} = \frac{6}{24} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} r = \frac{1}{2} & (\text{غ ق}) \\ \text{یا} \\ r = -\frac{1}{2} & (\text{ق ق}) \end{cases}$$

$$r = -\frac{1}{2} \quad (2)$$

قدرنسبت منفی است، پس:

بنابراین طبق رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$t_1 - \frac{t_1}{2} = -24 \Rightarrow \frac{t_1}{2} = -24 \Rightarrow t_1 = -48$$

دنباله به صورت $48, -24, 12, -6, \dots$ است؛ در نتیجه:

$$t_{10} = t_1 r^9 = -48 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^9 = 48 \times \frac{1}{512} = \frac{3}{32}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

$$\begin{aligned} r_n = r q^{n-1} \Rightarrow r_5 = r q^4 & \Rightarrow \frac{r_5}{r_4} = \frac{r q^4}{r q^3} = q = 2 \Rightarrow q = 2 \\ r_n = r q^{n-1} \Rightarrow r_4 = r q^3 & \Rightarrow \frac{r_4}{r_3} = \frac{r q^3}{r q^2} = q = 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{12}}{S_{14}} = \frac{\pi r_{12}^2}{\pi r_{14}^2} = \frac{\pi \times (r \times q^{11})^2}{\pi \times (r \times q^{13})^2} = \frac{r^2}{r^2} \times \frac{q^{22}}{q^{26}} = \frac{2^{22}}{2^{26}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

جمله عمومی دنباله هندسی را t_n فرض می‌کنیم. ابتدا توجه کنید که چون $\frac{14+18}{2} = 16$ است، پس t_{16} واسطه هندسی بین t_{14} و t_{18} است، یعنی

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$t_{16}^2 = t_{14} \times t_{18}$ است.

$$\begin{cases} t_{16} = 6 \\ t_{18} = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_{16}^2 = t_{14} \times t_{18} \Rightarrow t_{16} = \sqrt{t_{14} \times t_{18}} = 12 & (1) \\ \frac{t_{18}}{t_{16}} = \frac{t_{16}}{t_{14}} = r^2 = 4 & (2) \end{cases}$$

$$t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow t_{16} = t_1 r^{15} = r^8 (t_1 r^7) \xrightarrow{(2), (1)} t_{16} = 4 \times 12 = 48$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$\begin{cases} t_4 = 24 \Rightarrow t_1 r^3 = 24 \\ t_7 = 192 \Rightarrow t_1 r^6 = 192 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_7}{t_4} = \frac{t_1 r^6}{t_1 r^3} = \frac{192}{24} \Rightarrow r^3 = 8 = 2^3 \Rightarrow r = 2$$

در نتیجه جمله عمومی برابر است با:

$$t_1 r^3 = 24 \Rightarrow t_1 \times 8 = 24 \Rightarrow t_1 = 3$$

$$t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow t_n = 3 \times 2^{n-1}$$

از آنجایی که جمله چهارم $\frac{9}{4}$ جمله دوم می‌باشد، نتیجه می‌گیریم که:

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$\frac{a_f}{a_r} = \frac{a_1 \times q^r}{a_1 \times q} = q^r = \frac{9}{4} \Rightarrow q = \pm \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{قدرنسبت } > 0} q = \frac{3}{2}$$



$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 130 \Rightarrow a_1 + \frac{3}{2}a_1 + \frac{9}{4}a_1 + \frac{27}{8}a_1 = 130$$

$$\Rightarrow \left(\frac{8 + 12 + 18 + 27}{8}\right)a_1 = 130 \Rightarrow \frac{65}{4}a_1 = 130 \Rightarrow a_1 = 16$$

$$a_5 = a_1 \times q^4 = 16 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{243}{2} = 121.5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

در هر دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدر نسبت d ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ به دست می آید و اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آن گاه $b^2 = ac$ است.

$$a_3, a_4, a_5 \Rightarrow a_1 + 2d, a_1 + 3d, a_1 + 4d \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} (a_1 + 2d)(a_1 + 4d) = (a_1 + 3d)^2 \Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 8d^2 = a_1^2 + 6a_1d + 9d^2 \Rightarrow 2a_1d = d^2$$

$$\Rightarrow 2a_1d + 2a_1d = 0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر } 2d} 10d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{11} = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آن گاه $a + c = 2b$ است و در یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدر نسبت q ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 q^{n-1}$ به دست می آید.

$$a_3, 2a_5, a_8 \Rightarrow a_1 q^2, 2a_1 q^4, a_1 q^7 \xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} a_1 q + a_1 q^7 = 2a_1 q^4 \Rightarrow 1 + q^6 = 2q^3 \Rightarrow q^6 - 2q^3 + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{q^3=A} A^2 - 2A + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4 = 12 \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = 2 + \sqrt{3} = q^3 \\ A = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = 2 - \sqrt{3} = q^3 \end{cases}$$

اگر فرض کنیم دنباله صعودی است، جمله هشتم بزرگترین جمله است.

$$\frac{a_8}{a_3} = \frac{a_1 q^7}{a_1 q^2} = q^5 = (q^3)^{\frac{5}{3}} = (2 + \sqrt{3})^{\frac{5}{3}} = 4 + 3 + 4\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱ به کمک روابط $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ و $a_n = a_1 + (n-1)d$ می توان نوشت:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 60 \\ a_2 + a_5 = 3(a_1 + a_2 + a_3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ a_1 + 3d + a_1 + 4d = 3(3a_1 + 3d) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ 2a_1 + 7d - 9a_1 - 9d = 0 \end{cases} \xrightarrow{\times 5} \begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ -7a_1 - 2d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ -35a_1 - 10d = 0 \end{cases}$$

$$-30a_1 = 60 \Rightarrow 5a_1 = \frac{60}{-30} = -2$$

$$-7a_1 - 2d = 0 \xrightarrow{a_1 = -2} -7(-2) - 2d = 0 \Rightarrow 14 = 2d \Rightarrow d = \frac{14}{2} = 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲ روش اول: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند آنگاه:

$$q = \frac{k-m}{m-n} \text{ قدر نسبت دنباله هندسی}$$

بنابراین:

$$q = \frac{11-5}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

روش دوم: فرض کنیم a_n جمله عمومی دنباله حسابی می باشد:

$$a_1, a_5, a_{11} \Rightarrow \text{جمله متوالی تصاعد هندسی} \Rightarrow a_5^2 = a_1 \times a_{11}$$

$$\Rightarrow (a_1 + 4d)^2 = a_1(a_1 + 10d) \Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 10a_1d \Rightarrow 16d^2 = 2a_1d$$

$$\Rightarrow a_1 = 8d \Rightarrow q = \frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 + 4d}{a_1} = \frac{8d + 4d}{8d} = \frac{3}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آن گاه: $b^2 = a \cdot c$

روش اول:



$$a + 3d, a + 5d, a + 11d \Rightarrow (a + 5d)^2 = (a + 3d)(a + 11d)$$

$$a^2 + 25d^2 + 10ad = a^2 + 14ad + 33d^2 \Rightarrow -4ad = 8d^2$$

$$-4a = 8d \Rightarrow a = -2d \Rightarrow q = \frac{a+5d}{a+3d} \Rightarrow q = \frac{3d}{d} = 3$$

روش دوم: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند آنگاه:

$$q = \frac{k-m}{m-n} \text{ قدر نسبت دنباله‌ی هندسی}$$

بنابراین:

$$q = \frac{12-6}{6-4} = \frac{6}{2} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

اگر a, b, c سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند آن‌گاه: $b^2 = a \cdot c$ و b واسطه‌ی هندسی است.

$$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b=5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 2.5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

مجموع سه جمله‌ی اول ۳۳ است.

مجموع سه جمله‌ی بعدی (یعنی a_4 و a_5 و a_6) برابر ۶۰ می‌باشد. با ساده کردن دو معادله نوشته شده مسأله را حل می‌کنیم.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 33$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 60$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 33 \rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 33 \rightarrow 3a_1 + 3d = 33$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 60 \rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 60 \rightarrow 3a_1 + 12d = 60$$

دو معادله را در دستگاه قرار می‌دهیم و حل می‌کنیم.

$$\times (-1) \begin{cases} 3a_1 + 3d = 33 \\ 3a_1 + 12d = 60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3a_1 - 3d = -33 \\ 3a_1 + 12d = 60 \end{cases}$$

$$9d = 27 \rightarrow d = 3$$

با استفاده از یکی از معادلات a_1 را به دست می‌آید.

$$3a_1 + 3d = 33 \xrightarrow{d=3} 3a_1 + 9 = 33 \rightarrow 3a_1 = 24 \rightarrow a_1 = 8$$

حال جمله هشتم را محاسبه می‌کنیم.

$$a_8 = a_1 + 7d = 8 + 7(3) = 8 + 21 = 29$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow{S_5=105} 105 = \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) \Rightarrow 105 = 5a_1 + 10d \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۵}} a_1 + 2d = 21$$

$$a_2 + a_4 + a_5 = 6(a_1 + a_2) \Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d = 6(a_1 + a_1 + d)$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 9d = 12a_1 + 6d \Rightarrow 12a_1 + 6d - 3a_1 - 9d = 0 \Rightarrow 9a_1 - 3d = 0$$

$$-9 \begin{cases} a_1 + 2d = 21 \\ 9a_1 - 3d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9a_1 - 18d = -189 \\ 9a_1 - 3d = 0 \end{cases}$$

$$-21d = -189 \Rightarrow d = \frac{189}{21} = 9 \Rightarrow a_1 + 2(9) = 21 \Rightarrow a_1 = 21 - 18 = 3$$

$$\Rightarrow a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow a_5 = 3 + 4(9) = 39$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷ به کمک روابط $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ و $a_n = a_1 + (n-1)d$ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 60 \\ a_2 + a_5 = 3(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) = 60 \\ a_1 + 3d + a_1 + 4d = 3(a_1 + 3d) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ 2a_1 + 7d - 9a_1 - 9d = 0 \end{cases} \xrightarrow{\times 5} \begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ -7a_1 - 2d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ -35a_1 - 10d = 0 \end{cases}$$

$$-30a_1 = 60 \Rightarrow a_1 = \frac{60}{-30} = -2$$

$$-7a_1 - 2d = 0 \xrightarrow{a_1=-2} -7(-2) - 2d = 0 \Rightarrow 14 = 2d \Rightarrow d = \frac{14}{2} = 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

$$x = \frac{-5 + 11}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow x = 3 \text{ واسطه حسابی}$$



$$\text{در نتیجه دنباله را به صورت زیر در نظر می گیریم: } y \times 3 = 12^2 \Rightarrow y = \frac{12^2}{3} = 48$$

$$3, a, b, c, 48 \Rightarrow a_1 = 3 \quad \text{و} \quad a_5 = 48$$

$$q^4 = \frac{a_1 q^4}{a_1} = \frac{48}{3}$$

$$\Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q^2 = 4$$

$$b = a_3 = a_1 q^2 = 3 \times 4 = 12$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

اگر a_1 جمله اول دنباله حسابی و d قدرنسبت آن باشد، طبق صورت سؤال داریم:

$$a_3 \times a_{11} = a_9^2$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow (a_1 + 2d)(a_1 + 10d) = (a_1 + 8d)^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 10a_1d + 20a_1d + 20d^2 = a_1^2 + 16a_1d + 64d^2$$

$$\Rightarrow 44d^2 + 4a_1d = 0 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = -11d$$

در نتیجه:

$$\frac{a_7}{a_9} = \frac{a_1 + 6d}{a_1 + d} = \frac{-11d + 6d}{-11d + d} = \frac{-5d}{-10d} = \frac{1}{2}$$

توجه: اگر $d = 0$ باشد تمام جملات دنباله حسابی برابر می شوند که در آن صورت سه جمله دنباله هندسی نیز ثابت خواهند بود که قابل قبول نیست.

دنباله ای که هم حسابی و هم هندسی است دنباله ثابت است، یعنی تمام جملات آن باید با هم برابر باشند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

$$x - 2 = 3x \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$$

$$x - 2 = y + 2 \Rightarrow x - y = 4 \xrightarrow{x=-1} -1 - y = 4 \Rightarrow y = -5$$

$$3x = x + z \Rightarrow 2x = z \xrightarrow{x=-1} z = -2$$

در نتیجه:

$$\frac{x^2 + y^2}{z} = \frac{(-1)^2 + (-5)^2}{-2} = \frac{1 + 25}{-2} = -13$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

$$(a_3)^2 = a_1 \times a_5 \Rightarrow (a_1 + 2d)^2 = (a_1)(a_1 + 4d) \Rightarrow a_1^2 + 4a_1d + 4d^2 = a_1^2 + 4a_1d$$

$$\Rightarrow 4d^2 - 2a_1d = 0 \Rightarrow 4d^2 = 2a_1d \Rightarrow a_1 = 2d$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴

۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴